

Résolution des équations et systèmes non linéaires

**EXERCICE :1**

Résoudre par la méthode de la bisection et la méthode de Newton l'équation  $f(x) = 0$  avec  $f(x) = x^3 - 4x - 8,95$ . dans l'intervalle  $[2; 3]$  avec une précision  $\epsilon = 10^{-2}$ .

**EXERCICE :2**

Soit  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction continue strictement décroissante telle que  $f(0) = 1$  et  $f(1) = -1$ .

1. Sachant que  $f(0,3) = 0$ , déterminer la suite des quatre premiers itérés de la méthode de dichotomie dans l'intervalle  $[0, 1]$  pour l'approximation du zéro de  $f$ .
2. Combien d'itérations faut-il effectuer pour approcher le zéro de  $f$  à  $2^{-5}$  près ?

**EXERCICE :3**

soit l'équation du second degré  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

1. Transformer cette équation sous la forme  $x = g(x)$ , en choisissant trois façons différentes.
2. Appliquer l'algorithme du point fixe sur chaque fonction  $x = g_i(x)$  en partant de  $x_0 = 0$ .
3. Quelle remarque faites-vous ?

**EXERCICE :4**

On veut calculer le zéro de la fonction  $f(x) = x^2 - 2$  dans l'intervalle  $[1, 3]$ . Déterminer la suite des trois itérés de la méthode de dichotomie à partir du point  $x_0 = 2$ .

**EXERCICE :5**

Calculer les points fixes des fonctions suivantes et vérifier s'ils sont attractifs ou répulsifs.

1.  $g(x) = \sqrt{x}$
2.  $g(x) = \arcsin(x)$
3.  $g(x) = 5 + x - x^2$
4.  $g(x) = \frac{1}{2}x(1 - x)$
5.  $g(x) = \frac{1}{2}x(1 + x)$
6.  $g(x) = x + x^3$
7.  $g(x) = x - x^3$

**EXERCICE :6**

On considère l'équation  $x(1 + e^x) = e^x$

1. Montrer que cette equation admet une unique solution réelle  $l$  dans l'intervalle  $[0, 1]$ .
2. Écrire et utiliser la méthode de Newton pour approcher la solution  $l$  avec ( $x_0 = 3$ ).