1- RAPPELS DE MECANIQUE DES FLUIDES

1-1- Généralités et définitions

1-1-1- Introduction

La matière peut se présenter sous différents états en fonction de la façon dont elle peut se déformer. On distingue principalement les solides des fluides, eux-mêmes subdivisés en liquides et gaz.

En première approximation, les solides sont des corps non-déformables, ils ont une forme propre et résistent à la traction et à la compression. Les liquides n'ont pas de forme propre, ils prennent la forme du contenant et sont donc éminemment déformables. La distinction entre liquides et gaz tient en leur compressibilité. Les liquides ont un volume donné, alors que les gaz occupent tout le volume qui leur est offert.

L'utilisation des milieux fluides est très courante dans les réalisations industrielles. Leur transport, dans des réservoirs ou des canalisations, constitue la principale préoccupation lorsque ces corps sont des matières premières comme l'eau, le pétrole, le gaz naturel ...
Ils servent également à véhiculer l'énergie qu'ils accumulent sous forme de pression ou de vitesse (centrale hydroélectrique, vérins, moteurs hydrauliques ou pneumatiques).
L'omniprésence des milieux fluides justifie l'étude de leur comportement.

1-1-2- Définitions

► Un **fluide** peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz.

► Une **particule fluide** est par définition, un élément suffisamment petit pour qu'on puisse le considérer comme homogène du point de vue de :

- la masse volumique ρ ;
- la pression **p** ;
- la température **T** ;
- et de la vitesse **v** des éléments qui la constituent.

► **Fluide incompressible :** un fluide est dit incompressible lorsque que le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ (kg/m^3) est constante (eau, huile ...).
► **Fluide compressible :** un fluide est dit compressible lorsque que le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. La masse volumique ρ est variable. Les gaz sont des fluides compressibles.
► **Fluide parfait :** dans un fluide parfait, les forces de contacts sont perpendiculaires aux éléments de surfaces sur lesquelles elles s'exercent.
► **Fluide réel :** dans un fluide réel, il existe des forces (tangentielles) élémentaires qui s'opposent au mouvement. C'est ce que l'on appelle la viscosité.

Nota : Un fluide réel au repos, peut être considéré comme parfait.

1-1-3- Propriétés des fluides

1-1-3-1- Définitions

A des degrés différents, les fluides sont **isotropes**, **mobiles** et **visqueux**. La propriété physique qui permet de faire la différence entre les deux types de fluide est la **compressibilité**.

- L'isotropie signifie que les propriétés physiques locales sont identiques dans toutes les directions de l'espace.
- La mobilité fait qu'ils n'ont pas de forme propre et qu'ils prennent la forme du récipient qui les contient. Elle traduit la facilité de déplacement et de déformation.
- La viscosité caractérise la difficulté des particules à glisser les unes sur les autres ou sur une paroi matérielle, car tout changement de forme s'accompagne d'une résistance (frottements).

♦ Les liquides : - leur masse volumique ρ est importante, elle est pratiquement constante (incompressibilité) ;
- ils occupent un volume déterminé ;

♦ Les gaz : - leur masse volumique est faible (souvent négligeable) ;
- ils sont essentiellement compressibles (ils diminuent facilement de volume sous l'effet de la pression) ;
- ils sont expansibles (occupent intégralement tout le volume qui leur est offert).

1-1-3-2- Viscosité

a- Viscosité dynamique

Soit l'écoulement permanent d'un fluide réel dans une conduite de section circulaire.
Compte tenu du phénomène des frottements, les vecteurs vitesses des différentes particules fluides sont différents.
Le vecteur vitesse de chaque particule est plutôt fonction de sa position sur le rayon de la conduite : V = f(z) (**figure 1**).

Supposons 2 plaques parallèles dans un écoulement de liquide distantes de dy et de même surface ds (**figure 2**).

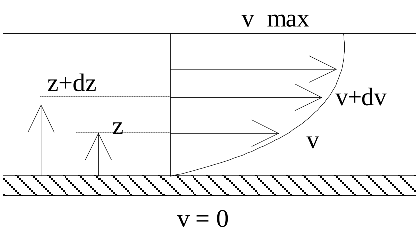


Figure 1 : profil des vitesses dans une conduite circulaire.

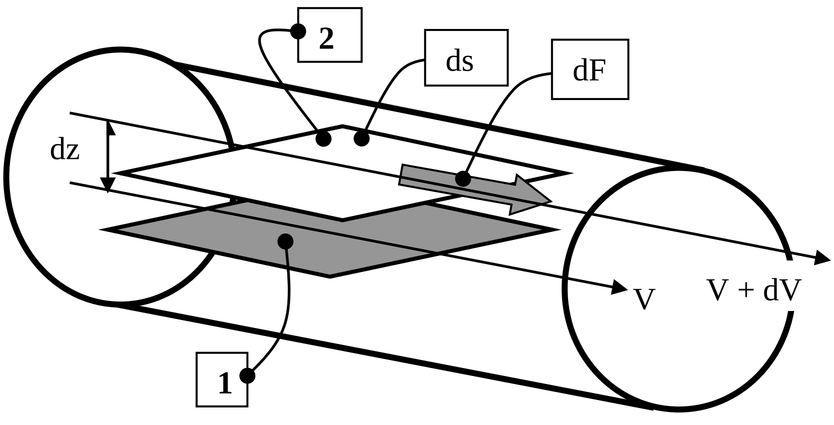


Figure 2 : vitesses et force de viscosité.

Pour entraîner l'un des deux plans à une vitesse supérieure de Δv par rapport à l'autre plan, il faut exercer sur ce plan une force $d\vec{F}$, contenue dans le plan et dont l'expression est donnée par la loi de **NEWTON** :

$$d\vec{F} = \mu . ds . \frac{d\vec{V}}{dz}$$

Avec : $\mathbf{d\vec{F}}$ = force à l'origine de l'accroissement de vitesse (**N**) ;
μ = viscosité absolue dynamique (**Pa.s**) ;
ds = surface de la plaque considérée (**m²**) ;
$\mathbf{d\vec{V}}$ = accroissement de la vitesse (**m/s**) ;
dz = distance séparant la plaque **1** et **2** (**m**).

Remarquons qu'on distingue deux sortes d'unités :

- les unités légales ou du système international : le **Pascal** (**Pa**) par exemple pour la pression ;

- les unités usuelles ou pratiques : le **bar** ou la livre par pouce carré **psi** ou **lbf/in²** (pound per square inch) sont utilisés pour la pression.

- 1 psi = 6 894,7 Pa
- 14,7 psi = 1 atmosphère

♦ Dans le système MKSA (Mètre – Kilogramme – Seconde - Ampère), μ est exprimée en **Pa.s** appelé aussi **Poiseuille** dans certains ouvrages (ancienne unité de la viscosité dynamique).
♦ Dans le système CGS (Centimètre Gramme Seconde), la viscosité dynamique μ est exprimée en **Poise**.

1 Poise = 0,1 Pa.s.
1 centiPoise = 1 cP = 1 mPa.s (1 milliPascal.seconde).

b- Viscosité cinématique

Elle est le quotient de la viscosité absolue dynamique par la masse volumique du fluide.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Avec : **ν =** viscosité absolue cinématique (**m²/s**) ;
μ = viscosité absolue dynamique (**Pa.s**) ;
ρ = masse volumique (**kg/m³**).

♦ Dans le système MKSA, **ν** est exprimée en mètre carré par seconde (**m²/s**).
♦ Dans le système CGS, pour **μ** = **1 Poise** et **ρ** = 1 **g/cm³**, on a alors **ν** = 1 **Stokes** (**1 St**). C'est plutôt son sous-multiple (**centiStokes** : **cSt**) qui est beaucoup plus utilisé.
1 St = 10^{-4} m²/s.
1 cSt = 1 mm²/s.

1-1-4- Principes généraux

Les principes généraux appliqués en mécanique des fluides sont :

- le principe de conservation de la masse ;
- le principe fondamental de la dynamique ;
- le principe de la conservation d'énergie (1^{er} principe de la thermodynamique).

1-2- Statique des fluides ou hydrostatique

1-2-1- Hydrostatique

1-2-1-1- Définition

C'est la statique des fluides incompressibles dans le champ de la pesanteur. La température T, la masse volumique ρ et la force de volume, qui est ici la force de pesanteur (poids) sont constantes.

1-2-1-2- Equation générale ou fondamentale de l'hydrostatique

Considérons un cube infiniment petit situé entre **x** et **x+ dx**, **y** et **y + dy**, **z** et **z + dz** ; les côtés sont respectivement parallèles à $o\vec{x}$, $o\vec{y}$, $o\vec{z}$. Son volume est **dV = dxdydz** (**figure 3**).

Cet élément étant au repos la résultante des forces qui s'exercent sur lui est donc nulle. Ces forces sont de deux natures :

- les forces extérieures ou poids (appelée aussi force de volume) ;
- les forces de pression.

♦♦ Pour un fluide de masse volumique ρ, dans lequel la force de volume par unité de masse est désignée par $\vec{F}$, la force de volume est égale à : $\rho.\vec{F}.dxdydz$. Les forces extérieures se ramènent à :

$$\rho\,\vec{F}\,dx\,dy\,dz = \left|\begin{array}{l}\rho\,X\,dx\,dy\,dz\\ \rho\,Y\,dx\,dy\,dz\\ \rho\,Z\,dx\,dy\,dz\end{array}\right.$$

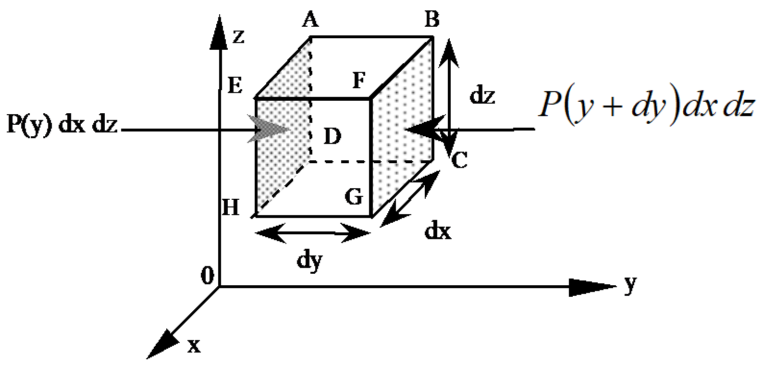


Figure 3 : bilan des forces sur une particule fluide.

♦♦ Les forces dues à la pression sont normales aux six faces du cube et dirigées vers l'intérieur de celui-ci.

Ainsi en projection sur oy les forces de pression sont P(y)dxdy sur la face ADHE et $P(y+dy)dx\,dz$ sur la face BCGF.

La somme algébrique des forces de pression sur oy est donc :

$$P(y)dxdz - P(y+dy)dx\,dz = -\ dPdx\,dz$$

Il en serait de même sur les deux autres axes.

$$P(x)dydz - P(x+dx)dy\,dz = -\ dPdy\,dz$$

$$P(z)dxdy - P(z+dz)dx\,dy = -\ dPdx\,dy$$

A l'équilibre $\sum \vec{F} = \vec{0}$, donc, ici $\vec{P} + \vec{F}_{\text{pression}} = \vec{0}$.

$$\rho.\vec{F}.dxdydz - \left[dP.dydz.\vec{i} + dP.dzdx.\vec{j} + dP.dxdy.\vec{k}\right] = \vec{0}$$

En divisant les termes de l'expression par dxdydz, on a :

$$\rho.\vec{F} - \left[\frac{dP}{dx}.\vec{i} + \frac{dP}{dy}.\vec{j} + \frac{dP}{dz}.\vec{k}\right] = \vec{0}$$

Lorsque dx, dy et dz tendent simultanément vers une valeur nulle, les rapports considérés dans les parenthèses tendent vers des valeurs déterminées respectivement : $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$ et $\frac{\partial p}{\partial z}$ appelées dérivées partielles de la pression p par rapport aux variables x, y et z.

L'expression prend alors la forme suivante :

$$\rho.\vec{F} - \left[\frac{\partial p}{\partial x}.\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}.\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}.\vec{k}\right] = \vec{0}$$

L'expression entre parenthèses représentant la grandeur vectorielle est appelée gradient de pression notée $\overrightarrow{grad}p$.

L'équation précédente appelée aussi équation fondamentale, devient alors :

$$\rho.\vec{F} - \overrightarrow{grad}p = \vec{0}$$

Par ailleurs, lorsque les forces de volume $\vec{F}$ dérivent d'un potentiel ($\vec{F} = -\overrightarrow{grad}u$), la condition d'équilibre s'écrit :

$$\rho.\overrightarrow{grad}u + \overrightarrow{grad}p = \vec{0}$$

Si la force $\vec{F}$ admet pour composantes X, Y et Z respectivement selon les axes $o\vec{x}$, $o\vec{y}$ et $o\vec{z}$, à la relation vectorielle précédente, il est possible de faire correspondre trois équations différentielles.

$$\rho.X - \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \ ; \qquad \rho.Y - \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \ ; \qquad \rho.Z - \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

1-2-1-3- Fluides soumis à la seule action de la pesanteur

Dans le repère (o, x, y, z) (trièdre direct) on a : $\vec{F}=\vec{g}$ et $\vec{g}$ aura pour composantes :

$$\vec{F}(0,0,-g)$$

L'équation fondamentale $\rho.\vec{F}-gra\vec{d}p=\vec{0}$ devient :

$$\rho.\vec{F}-gra\vec{d}p=\vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x}=0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial y}=0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial z}-\rho g=0 \end{cases}$$

On intègre la dernière relation puis qu'il n'y a pas de composantes suivant $o\vec{x}$ et $o\vec{y}$, en mettant l'équation sous forme différentielle et on a :

$$+\frac{\partial p}{\partial z}+\rho g=0 \quad \Leftrightarrow \quad +\frac{dp}{dz}+\rho g=0$$

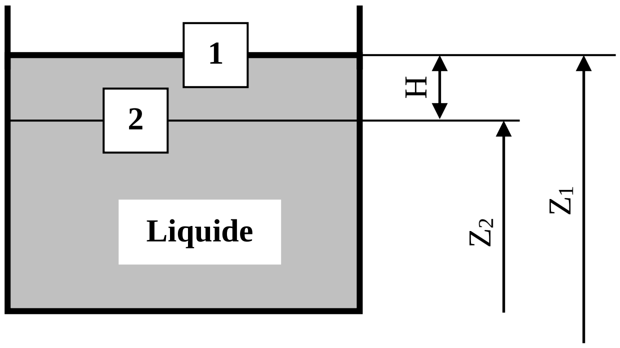
En posant ρg = ϖ (poids volumique), on a une autre forme de l'équation :

$$dp = -\varpi dz = -\rho g dz$$

La pression P ne dépend donc que de z et l'on a la relation : $p+\rho gz=constante$

Conséquence *: Les surfaces isobares sont des plans horizontaux (p= constante si z = constante).*

1-2-1-4- Pression entre deux points d'un fluide au repos



Considérons l'équation fondamentale de l'hydrostatique pour déterminer la différence de pressions entre les points 1 et 2 (**figure 4**) :

$$\mathbf{dp = -\rho g dz}$$

Figure 4 : pression dans un fluide au repos.

En intégrant cette équation entre les points 1 et 2 on a : $\int_1^2 dp=\int_1^2 -\rho g dz$

$P_2 - P_1 = \rho g(Z_1 - Z_2)$ et si $(Z_1 - Z_2) = H$, l'équation devient : $\mathbf{P_2 - P_1 = \rho g H}$

Conséquence : La différence de pressions existant entre deux points 1 et 2 ne dépend que de leur différence de cotes (altitudes) (Z_1 - Z_2) et du poids volumique ϖ = ρg du fluide considéré.

1-2-2- Théorème de PASCAL

a- Enoncé du théorème de PASCAL : « Dans un liquide en équilibre, toute augmentation de pression produite en un point se transmet intégralement à tous les points du liquide (ou la pression en n'importe quel point d'un fluide au repos est la même dans toutes les directions) » ou « Les liquides transmettent les variations de pression » ou « La pression appliquée en n'importe quel point d'un fluide est transmise sans diminution et uniformément dans toutes les directions ».

b- Applications : presse de **PASCAL**, freinage hydraulique, vérins hydrauliques, direction assistée, etc.

- Quelle est l'intensité de la force F_1 qui assurera l'équilibre du piston (1) en négligeant son poids (**figure 5**) ?

Données : huile de masse volumique : ρ = 0,75 kg/dm^3 ; m_2 = 4 tonnes ; S_1 = 40 cm^2 ; S_2 = 4000 cm^2; h = 5 m et g = 10 m/s^2.

- Quelle est la valeur de la hauteur h équilibrant la pression atmosphérique (**figure 6**) ?

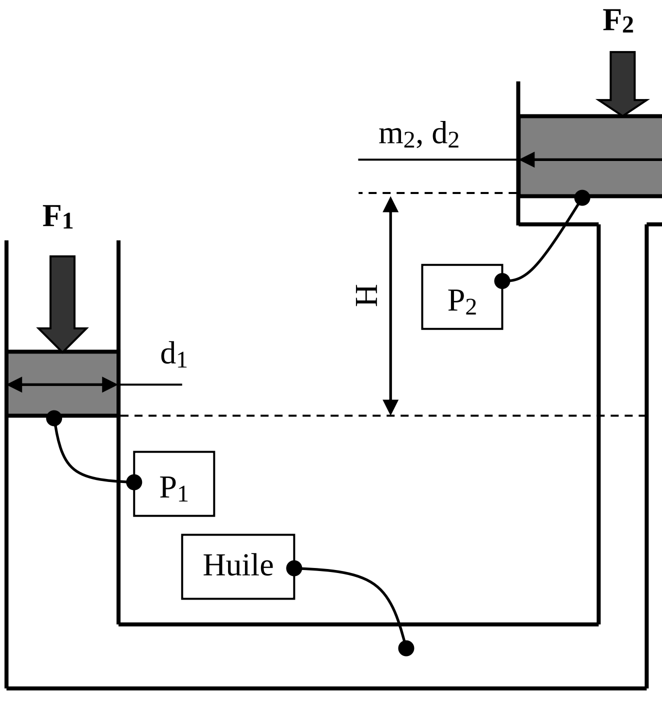


Figure 5 : presse de Pascal.

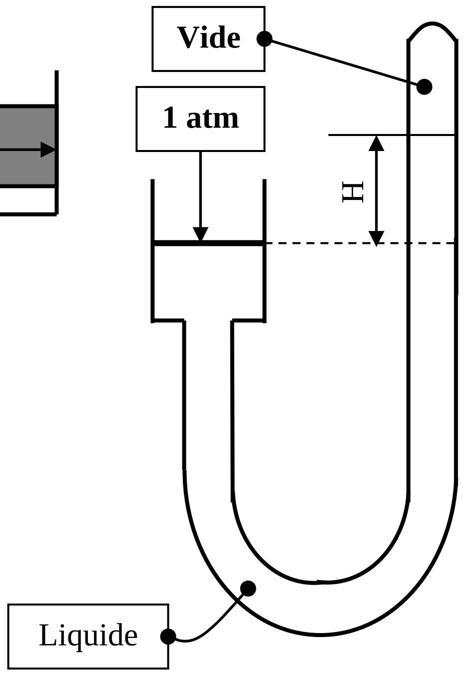
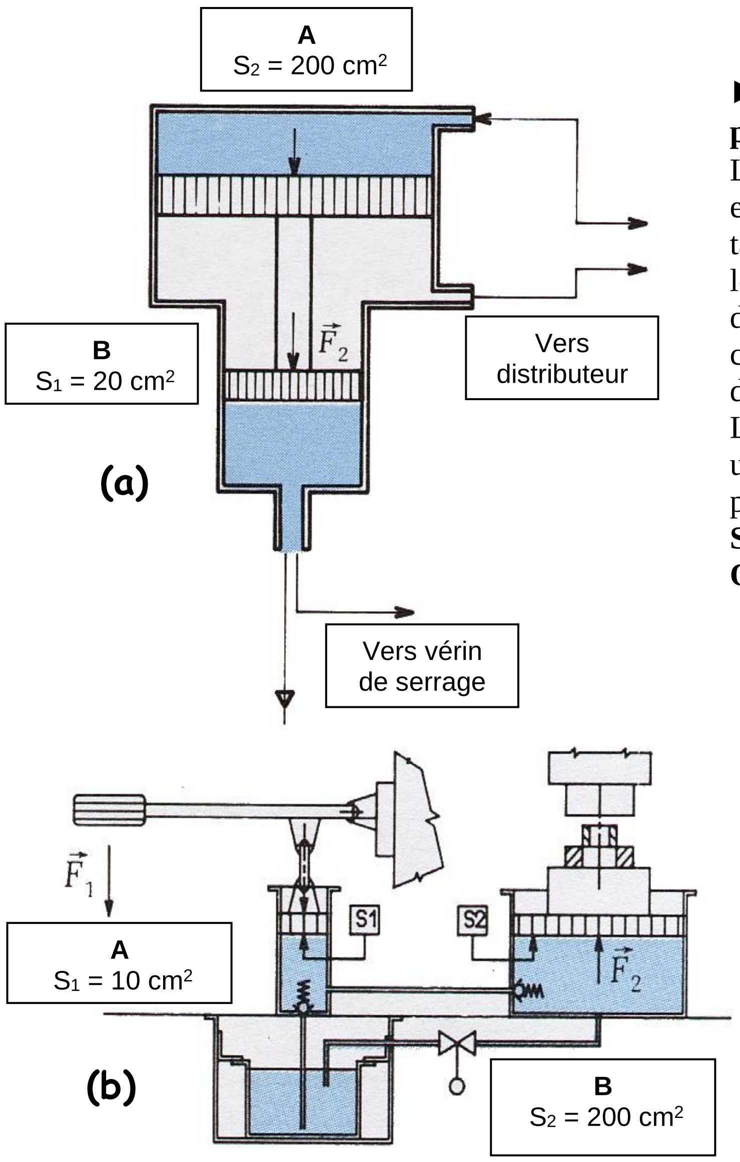


Figure 6 : tube en U.



► Le multiplicateur de pression : bridage de pièce sur machine-outil (figure 7.a)
Le multiplicateur de pression est utilisé dans cet exemple pour le bridage de pièce en étau sur une table de machine-outil. La machine étant réglée, le travail de l'opérateur consiste à placer la pièce dans l'étau et de commander le serrage de celui-ci. Le vérin de serrage ainsi que les tuyauteries doivent résister à de fortes pressions.
Le piston **A** d'un système de bridage de pièce a une section $\mathbf{S_2}$ de **200 cm²**. Il est soumis à une pression $\mathbf{p_2}$ de **8 bars**. Le piston **B** a une section $\mathbf{S_1}$ de **20 cm²**.
Quelle est la valeur de la pression p_1 ?

► Le multiplicateur de force : presses et crics hydrauliques (figure 7.b)
Un petit piston transmet une pression déterminée à un autre piston. Une force supérieure est obtenue en augmentant la surface du piston récepteur.
Le piston **A** d'une presse a une section $\mathbf{S_1}$ = **10 cm²**. La force $\mathbf{F_1}$ appliquée est de **40 daN**. Le piston récepteur **B** a une section de **200 cm²**.
Quelle sera la force F_2 développée sur le piston B ?

Figure 7 : applications du principe de Pascal.

1-3- Dynamique des fluides ou hydrodynamique

Elle permet d'étudier les relations qui existent entre le mouvement des particules et les forces qui s'exercent sur elles.

1-3-1- Etude de l'écoulement des fluides

1-3-1-1- Ecoulement permanent d'un fluide parfait incompressible

L'écoulement d'un fluide peut être permanent ou non, uniforme ou non uniforme, laminaire ou turbulent.
♦ L'écoulement est uniforme si la grandeur (ou module) et la direction de la vitesse ne changent pas d'un point à un autre du fluide. Autrement dit, en tous points d'un fluide, on a le même vecteur vitesse (figure 8.a).

♦ L'écoulement est permanent si la vitesse des particules de fluide qui se succèdent en un même point (quel que soit ce point) reste constante à des instants successifs (vecteur vitesse invariable et indépendant du temps) (**figure 8.b**).

Un fluide parfait est un fluide dont la viscosité est nulle (μ = 0), c'est-à-dire sans frottements internes entre molécules et sans frottements sur les parois. Un fluide parfait ne peut être ni cisaillé, ni tendu, sa forme est celle du récipient qui le contient, il ne supporte que des forces de pression.

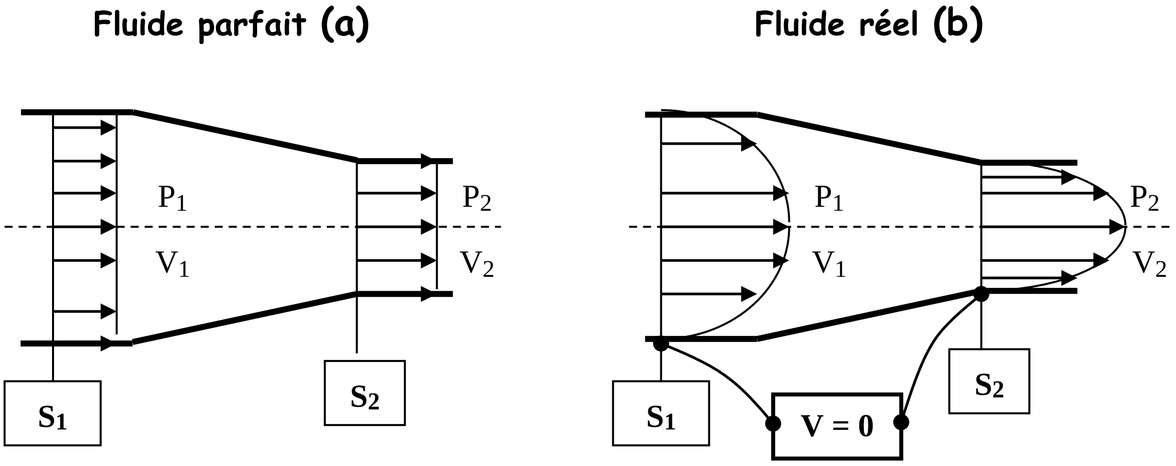
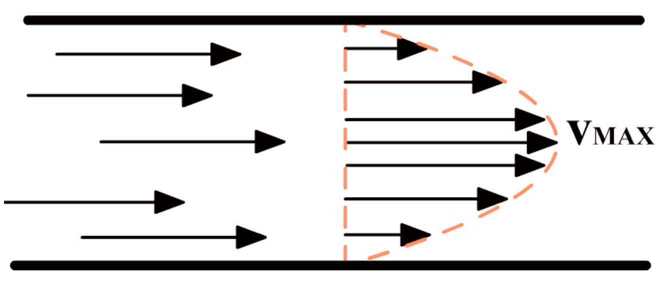


Figure 8 : profil des vitesses.

1-3-1-2- Ecoulement laminaire - Ecoulement turbulent - Nombre de REYNOLDS

La circulation d'un fluide dans une conduite peut avoir 3 types de régime : le régime laminaire, le régime turbulent et le régime transitoire.
Le régime transitoire est un régime instable passant d'un régime à l'autre (laminaire et turbulent) sans se fixer vraiment.

a- Ecoulement laminaire (**figure 9**)



L'écoulement s'effectue par tranches s'entraînant par frottement et les trajectoires des particules restent parallèles à la paroi. Le profil du diagramme des vitesses est parabolique.
V = 0 au contact de la paroi (adhérence).

Figure 9 : profil des vitesses dans un écoulement laminaire.

Le régime laminaire existe pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds, c'est-à-dire si :
- le fluide est très visqueux ;
- les vitesses sont lentes ;
- les dimensions sont faibles.

Ces conditions sont peu fréquentes dans l'hydraulique classique et on ne les rencontre guère que dans les domaines de la lubrification et des écoulements en milieux poreux.
Si Q désigne le débit dans la section s_1 on a : $V_{moy.} = Q/S$
et $V_{max} = 2V_{moy}$

b- Ecoulement turbulent (figure 10)

A partir d'une certaine valeur du nombre de **Reynolds**, les trajectoires des différentes particules s'enchevêtrent. Ceci provient du fait que les molécules, se heurtant aux **aspérités** des parois solides, sont renvoyées au sein de la masse liquide.

C'est le cas le plus fréquent sur le plan industriel**.** La vitesse des particules de fluide (plus élevée que précédemment) qui se succèdent en un point varie au cours du temps, cependant la vitesse moyenne de ces particules est indépendante du temps. Le profil du diagramme des vitesses est également parabolique mais plus écrasé.

V = 0 au contact de la paroi (adhérence).

Si Q désigne le débit dans la section s_2 on a :

$V_{moy.} = Q/S$

et $V_{max} = 1{,}2V_{moy}$

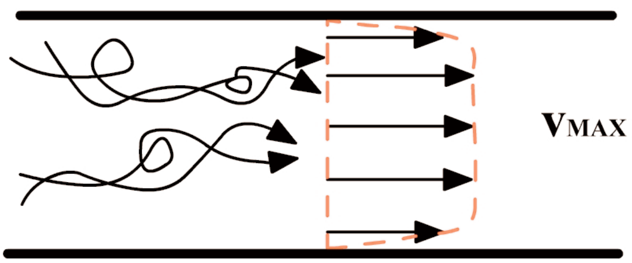


Figure 10 : profil des vitesses : écoulement turbulent.

Dans le régime turbulent, la conduite peut être considérée comme hydrauliquement :

- rugueuse, les aspérités dépassent la sous-couche laminaire ;
- lisse, la hauteur des aspérités est inférieure à l'épaisseur de la sous-couche laminaire ;
- transitoire (si l'on peut dire), la hauteur des aspérités est parfois inférieure, parfois supérieure à la sous-couche laminaire selon les turbulences.

c- Nombre de REYNOLDS

OSBORNE REYNOLDS démontra la notion de régime d'écoulement d'un fluide en mettant en relation les 3 facteurs qui en déterminent la valeur. Ces facteurs sont la vitesse, le diamètre et la viscosité cinématique.
Le nombre de **REYNOLDS** (Re) caractérisera alors la nature de l'écoulement. Il permet de faire la différence entre un écoulement laminaire et un écoulement turbulent. Il est déterminé par la relation suivante :

$$Re = \frac{\rho.V.d}{\mu} = \frac{V.d}{\nu}$$

Avec : **Re** = nombre de Reynolds (**sans dimension**) ;

ρ = masse volumique (**kg/m³**) ; **V** = vitesse moyenne du fluide (**m/s**) ;
d = diamètre de la canalisation (**m**) ; **ν =** viscosité absolue cinématique (**m²/s**) ;
μ = viscosité absolue dynamique (**Pa.s**) ;

$Re \leq 2000 \Rightarrow$ écoulement laminaire.
$2000 < Re < 3000 \Rightarrow$ écoulement incertain.
$3000 \leq Re < 10^5 \Rightarrow$ écoulement turbulent lisse.
$Re \geq 10^5 \Rightarrow$ écoulement turbulent rugueux.

1-3-1-3- Equation de continuité

En écoulement permanent, la masse de fluide traversant toutes les sections droites d'un tube de courant par unité de temps, reste la même. Autrement dit, le débit masse est constant (**figure 11**).

Dans une canalisation on a donc : $Q_{m1} = Q_{m2}$.

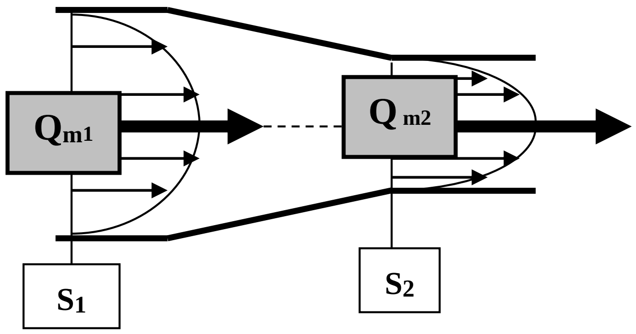


Figure 11 : continuité.

Si V_1 et V_2 désignent les vitesses moyennes respectivement dans les sections S_1 et S_2 ; le débit en volume Q_v (m^3/s) est : $Q_{v1} = S_1.V_1$ et $Q_{v2} = S_2.V_2$
Le débit en masse Q_m (kg/s) est donné par : $Q_m = \rho.Q_v$
Dans un écoulement permanent, il y a conservation du débit masse entre 2 sections droites.

$\Rightarrow \quad Q_m = Q_{m1} = Q_{m2} = \rho.Q_{v1} = \rho.Q_{v2}$

$\rho.S_1.V_1 = \rho.S_2.V_2$; ρ = contante $\Rightarrow Q_{v1} = Q_{v2}$ d'où : $S_1.V_1 = S_2.V_2$.

1-3-2- Conservation de l'énergie et équation de BERNOULLI (Daniel)

L'équation de **BERNOULLI** résulte du principe de la conservation de l'énergie appliqué à l'écoulement d'un fluide.
Pour un tube de courant, le travail des forces de pression et des forces de pesanteur entre deux sections est égal à la variation de l'énergie cinétique.

Variation d'énergie due à la variation de la pression	+	Variation d'énergie due à la variation d'altitude	=	Variation d'énergie cinétique

1-3-2-1- Energie totale d'une masse de fluide

L'énergie totale d'une masse de fluide en écoulement est la somme de trois formes d'énergie :

♦♦ Energie due à la vitesse ou énergie cinétique de la forme : **$E_1 = ½.m.V^2$**

$\vec{V}$ est le vecteur vitesse de l'écoulement à travers la section S et $\|\vec{V}\|$ = V = vitesse moyenne de l'écoulement à travers S (**m/s**).
m = masse de **1 kg** de fluide.

♦♦ Energie due à la pression ou énergie de pression de la forme : **$E_2 = p.v$**

v = volume occupé (**m³**) par la masse m qui peut être exprimé en fonction du poids volumique ($\varpi = \rho g$).

$$\mathbf{v = mg/\varpi}$$

p : pression à laquelle est soumise la masse m (**Pa**).

$$\mathbf{E_2 = p.\ mg/\varpi}$$

♦♦ Energie due à la position par rapport à un niveau de référence ou énergie potentielle de la forme : **$E_3 = mgz$**

Où : **z** = côte du centre de gravité de la masse m (**mètres**) ;
g = accélération de la pesanteur (**m/s²**).

L'énergie totale est : **$E = E_1 + E_2 + E_3 = ½.m.V^2 + p.mg/\varpi + mgz$**

1-3-2-2- Interprétation de l'équation de BERNOULLI

L'équation de Bernoulli est une forme particulière de la conservation de l'énergie totale d'une masse fluide qui se déplacerait de la section S_1 à la section S_2 sans perte ni échange.

$$\frac{1}{2}mV_1^2 + p_1\frac{mg}{\varpi} + mgz_1 = \frac{1}{2}mV_2^2 + p_2\frac{mg}{\varpi} + mgz_2 = constante \qquad \textbf{(J)}$$

Cette écriture peut être homogène à une hauteur en divisant les différents termes par mg.

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\varpi} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\varpi} + z_2 \qquad \textbf{(m)}$$

Dans un écoulement permanent d'un fluide incompressible sans intervention de machines ou "d'accidents" (ni pertes d'énergie), cette équation peut s'écrire sous forme de pression.

$$\frac{1}{2}\rho V_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + p_2 + \rho g z_2 \qquad \textbf{(Pa)}$$

On peut également l'exprimer en J/kg de fluide.

$$\frac{1}{2}V_1^2+\frac{p_1}{\rho}+gz_1=\frac{1}{2}V_2^2+\frac{p_2}{\rho}+gz_2 \qquad \textbf{(J/kg)}$$

a- Equation de BERNOULLI avec échanges d'énergie, pertes d'énergie négligées

Une machine, placée dans un tube de courant échange de l'énergie avec le fluide en écoulement. Si la machine est motrice (pompe), l'énergie fournie s'ajoute à l'énergie de la section S_1. Elle se retranche dans le cas d'une machine réceptrice (turbine entraînée par le fluide). Soit $W_{1/2}$ l'énergie échangée, l'équation de **BERNOULLI** s'écrit :

$$\frac{1}{2}V_1^2+\frac{p_1}{\rho}+gz_1\pm W_{1/2}=\frac{1}{2}V_2^2+\frac{p_2}{\rho}+gz_2$$

b- Equation de BERNOULLI avec échanges d'énergie et avec pertes d'énergie

→ Frottements du fluide sur les parois des canalisations (pertes de charge régulières ou linéaires) ;
→ Les obstacles au passage du fluide comme les coudes, les tés, les rétrécissements et les élargissements brusques, etc. (pertes de charge singulières) se traduisent par des pertes d'énergie du fluide. L'équation de **BERNOULLI** s'écrira :

$$\frac{1}{2}V_1^2+\frac{p_1}{\rho}+gz_1\pm W_{1/2}-\sum pertes=\frac{1}{2}V_2^2+\frac{p_2}{\rho}+gz_2$$

c- Notion de pertes de charges

Lorsqu'une canalisation présente un coude, une variation brusque de section, comporte un robinet, une vanne, etc., il se crée une discontinuité dans l'écoulement qui se traduit par une perte d'énergie ou perte de charges. On distingue :

- les pertes de charge régulières ou linéaires ;
- les pertes de charge singulières.

♦♦ ***Pertes de charge singulières*** : la singularité est composée de :

- coudes ou déviations brusques ;
- rétrécissement ou élargissement brusques ;
- organes de réglage de débit et de pression, etc.

Ces pertes de charge singulières peuvent se mettre sous la forme :

$J=\zeta.\frac{V^2}{2}$ (**J/kg**) ou $\Delta H=\zeta.\frac{V^2}{2g}$ (**m**) ou $\Delta p=\zeta.\rho.\frac{V^2}{2}$ (**Pa**)

Où :
V = vitesse dans la conduite de plus petite section (la plus grande vitesse du fluide dans "l'accident") (**m/s**) ;
ζ = coefficient de pertes de charge (**s.d**), dépend de la nature et de la géométrie de "l'accident". La valeur de ζ est donnée par les constructeurs dans leurs catalogues.

J ; **ΔH** et **ΔP** désignent respectivement les pertes de charge exprimées en (**J/kg**), (**m**) et (**Pa**)

♦♦ ***Pertes de charge régulières, systématiques ou linéaires*** : c'est la perte d'énergie d'un fluide se déplaçant dans une conduite rectiligne de section constante. Les pertes dues à la longueur se mettent sous la forme :

$$J=\lambda.\frac{l}{d}.\frac{V^2}{2} \quad (\mathbf{J/kg}) \quad \text{ou} \quad \Delta H=\lambda.\frac{l}{d}.\frac{V^2}{2g} \quad (\mathbf{m}) \quad \text{ou} \quad \Delta p=\lambda.\frac{l}{d}.\rho.\frac{V^2}{2} \quad (\mathbf{Pa})$$

Avec : **l** = distance ou longueur entre les 2 points considérés (**m**) ;
d = diamètre de la conduite (**m**) ;
V = vitesse moyenne de l'écoulement dans la conduite (**m/s**) ;
ρ = masse volumique du fluide (**kg/m³**) ;
g = accélération de la pesanteur (**m/s²**) ;
λ = coefficient de pertes de charge linéaire (**s.d**).

λ dépend de la nature de l'écoulement et notamment du nombre de **REYNOLDS**.

♣→ Dans le cas d'un écoulement laminaire le coefficient λ obéit à la loi de **POISEUILLE**.

$$\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}$$

♣→ Dans le cas d'un écoulement turbulent et pour les nombres de **REYNOLDS** compris entre 3000 et 10^5 (écoulement turbulent lisse), on emploie la formule de **BLASIUS** :

$$\lambda=0,3164.\mathrm{Re}^{-0,25}$$

♣→ Dans un écoulement turbulent rugueux Re > 10^5, on lit généralement la valeur de λ sur un abaque établi par **NIKURADSE** ou **MOODY-MOURINE**.

Pour une conduite industrielle, on utilise le plus souvent la formule de **BLENCH** :

$$\lambda=0,79\sqrt{\frac{\varepsilon}{d}}$$

Avec **ε** = rugosité conventionnelle ou moyenne (**m**) ;
d = diamètre de la conduite (**m**).